
Table of Contents

.....	1
for n=5	3
for n=10	4
for n=50	4
for n=100	4
for n=150	4
for n=200	4
compare RMS	4
visualization for the solution	4
contour plot	5

```
clearvars -except err_5 err_10 err_50 err_100 err_150 err_200
a=0.1;
b=1;
i0=1;
kap=3;
n=10;
h=(b-a)/(n-1);
k=pi/2/(n-1);
beta=h^2/k^2;
a_mat=zeros((n-1)^2);
b_ary=zeros((n-1)^2,1);
b_ary_1=zeros((n-1)^2,1);
b_ary_2=zeros((n-1)^2,1);
count=0;
for i=1:n-1
    for j=1:n-1
        count=count+1;
        theta=(i-1)*k;
        r=(j-1)*h+a;
        r_ray(count)=r;
        theta=(i-1)*((pi/2)/(n-1));
        theta_ray(count)=theta;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j)=-2*(1+beta/r^2);
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j)=-2*r^2-2*beta;

        %
        %         if i==1 && j==1
        %             a_mat(1,2)=((a+h/2)*a)+((a-h/2)*a);
        %             a_mat(1,n)=2*beta;
        %         elseif i==1 && j~=1 && j==(n-1)
        %             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(r+h/2)*r;
        %             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(r-h/2)*r;
        %             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j)=2*beta;
        %         elseif i~=1 && j==1 && i==(n-1)
        %             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(r+h/2)*r
        +(r-h/2)*r;
        %             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j)=beta;
        %             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta;
```

```

%         elseif j==(n-1) && i~=1 && i==(n-1)
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(r-h/2)*r;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i)*(n-1)+j)=beta;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta;
%         elseif i==(n-1) && j~=1 && j==(n-1)
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(r+h/2)*r;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(r-h/2)*r;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta;
%         elseif i==1 && j==(n-1)
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i)*(n-1)+j)=2*beta;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(r+h/2)*r
+(r-h/2)*r;
%         elseif i==(n-1) && j==(n-1)
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(r-h/2)*r;
%         elseif i==(n-1) && j==1
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(r+h/2)*r
+(r-h/2)*r;
%         else
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(r+h/2)*r;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(r-h/2)*r;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta;
%             a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i)*(n-1)+j)=beta;
%         end
if i==1 %boundary C
    if j==1 %corner BC
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,i*(n-1)+j)=2*beta/r^2;
    elseif j==(n-1) % corner CD
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,i*(n-1)+j)=2*beta/r^2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
    else
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,i*(n-1)+j)=2*beta/r^2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(1+h/(2*r));
    end
end
if j==(n-1) %boundary D
    if i==1 %corner CD
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,i*(n-1)+j)=2*beta/r^2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
    elseif i==(n-1) %corner AD
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
    else
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,i*(n-1)+j)=beta/r^2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
    end
end
if j==1 %boundary B
    if i==1 %corner BC
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=2;

```

```

        a_mat((i-1)*(n-1)+j,i*(n-1)+j)=2*beta/r^2;
elseif i==(n-1) %corner AB
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=2;
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
else
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=2;
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i)*(n-1)+j)=beta/r^2;
end
end
if i==(n-1) %boundry A
    if j==1 %corner AB
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
    elseif j==(n-1) %corner AD
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
    else
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(1+h/(2*r));
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
        a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
    end
end
end
if i~=1 && i==(n-1) && j~=1 && j==(n-1)
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j+1)=(1+h/(2*r));
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-1)*(n-1)+j-1)=(1-h/(2*r));
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i-2)*(n-1)+j)=beta/r^2;
    a_mat((i-1)*(n-1)+j,(i)*(n-1)+j)=beta/r^2;
end
end
if j==(n-1)
    b_ary_1((i-1)*(n-1)+j,1)=(1+h/(2*r))*(-
i0*b*cos(3.*theta));
end
end
if i==(n-1)
    b_ary_2((i-1)*(n-1)+j,1)=0;
end
end
b_ary=-(b_ary_1+b_ary_2);
end
end
u=a_mat\b_ary;
u_mat=reshape(u,[n-1],n-1);
[x_ray,y_ray]=pol2cart(theta_ray,r_ray);
x_mat=reshape(x_ray,[n-1],n-1);
y_mat=reshape(y_ray,[n-1],n-1);
% analytic solution
analy=@(th,rr)-(rr.^3+0.1.^6.*rr.^-3)./(1+0.1.^6).*cos(3.*th);
ana_u=analy(theta_ray,r_ray);
ana_mat=reshape(ana_u,[n-1],n-1);

```

for n=5

```
err_5=rms(u'-ana_u);
```

for n=10

```
err_10=rms(u'-ana_u);
```

for n=50

```
err_50=rms(u'-ana_u);
```

for n=100

```
err_100=rms(u'-ana_u);
```

for n=150

```
err_150=rms(u'-ana_u);
```

for n=200

```
err_200=rms(u'-ana_u);
```

compare RMS

```
rms_err(1)=rms(err_5(:));  
rms_err(2)=rms(err_10(:));  
rms_err(3)=rms(err_50(:));  
rms_err(4)=rms(err_100(:));  
rms_err(5)=rms(err_200(:));
```

visualization for the solution

```
[xx,yy]=meshgrid(0:0.0001:1.2);  
yy=(yy-1.2).*(-1);  
mask=zeros(size(xx));  
mask=(xx.^2+yy.^2).^0.5;  
mask_t=ones(size(mask));  
mask_t(mask<0.1)=NaN;  
mask_t(mask>1)=NaN;  
for i=1:size(x_ray,2)  
    val_mask(:, :, i)=abs(xx-x_ray(i))+abs(yy-y_ray(i));  
end  
[x_min,x_idx]=min(val_mask,[],3);  
for i=1:size(x_idx,1)  
    for j=1:size(x_idx,2)  
        map(i,j)=u(x_idx(i,j));  
    end  
end  
map_c=map.*mask_t;  
figure()  
imagesc(map_c)
```

contour plot

```
pcolor(x_mat,y_mat,u_mat)
% hold on
% contour(x_mat,y_mat,u_mat)
title(['Numerical solution map N=', num2str(n)])
figure()
pcolor(x_mat,y_mat,ana_mat)
title(['Analytic solution map N=', num2str(n)])

var_n=[5,10,50,100,150];
plot((b-a)./var_n,
[err_5,err_10,err_50,err_100,err_150], 'linewidth',2);
title('Error versus delta r', 'fontsize',20)
xlabel('delta r', 'fontsize',18)
ylabel('RMS', 'fontsize',18)
```

Published with MATLAB® R2015a